

Minimalne wymagania dla osób zdających egzamin magisterski z matematyki
teoretycznej, kończących studia od roku akademickiego
2021/2022

Znajomość zagadnień objętych wymaganiami na egzamin licencjacki oraz poniższych
jest niezbędna do ubiegania się o uzyskanie stopnia magistra matematyki.

W zakresie algebry	
	<ol style="list-style-type: none">1. <u>Rozszerzenia algebraiczne ciał</u>: stopień i baza rozszerzenia, skończone i algebraiczne rozszerzenia, rozszerzenie o element algebraiczny, twierdzenie Abela, rozszerzenie normalne.2. <u>Teoria Galois</u>: grupa Galois, ciało punktów stałych, rozszerzenie Galois i jego równoważne charakterystyki, rozszerzenie pierwiastnikowe, pierwsze, drugie i trzecie twierdzenie Galois.3. <u>Przykłady zastosowań teorii Galois</u>: równania rozwiązywalne w pierwiastnikach, rozszerzenie konstruowalne, twierdzenie Wantzela, konstrukcje klasyczne, twierdzenie Gaussa-Wantzela.4. <u>Rozszerzenia algebraiczne całkowite pierścieni</u>: ciała kwadratowe, pierścienie kwadratowe, jednoznaczność rozkładu w pierścieniach kwadratowych, przykłady zastosowań jednoznaczności rozkładu pierścieni kwadratowych w rozwiązywaniu problemów teorio-liczbowych.
W zakresie analizy	
Analiza funkcjonalna	<ol style="list-style-type: none">5. <u>Przestrzeń Banacha</u>: pojęcie i przykłady, skończenie wymiarowe i nieskończenie wymiarowe przestrzenie.6. <u>Operatory liniowe</u>: pojęcie i przykłady, ograniczoność i norma operatora, przykłady obliczania normy operatorów.7. <u>Przestrzeń Hilberta</u>: pojęcie iloczynu skalarnego, rzut na podprzestrzeń, układy ortogonalne, szeregi Fouriera.8. <u>Zasady analizy funkcjonalnej</u>: twierdzenie Banacha o operatorze odwrotnym, twierdzenie Banacha-Steinhaus, twierdzenie Hahna-Banacha.9. <u>Funkcjonały liniowe</u>: funkcjonał liniowy ograniczony, przestrzeń sprzężona, twierdzenie o ogólnej postaci funkcjonału w przestrzeni Hilberta, przykłady przestrzeni sprzężonych.

Równania różniczkowe częstkowe	<p>10. Pojęcie równania różniczkowego częstkowego rzędu n i jego rozwiązania;</p> <p>11. Twierdzenie Cauchy'ego – Kowalewskiej o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania równania różniczkowego częstkowego rzędu I-go.</p> <p>12. Zagadnienia graniczne: brzegowe, początkowe i mieszane, Cauchy'ego, Neumanna i Dirichleta.</p> <p>13. Metoda charakterystyk dla równania różniczkowego częstkowego quasi-liniowego I rzędu.</p> <p>14. Klasyfikacja równań prawie-liniowych II rzędu.</p> <p>15. Przykłady równań: równanie falowe jako przykład równania typu hiperbolicznego, równanie przewodnictwa ciepła jako przykład równania typu parabolicznego, równanie Laplace'a jako przykład równania typu eliptycznego.</p> <p>16. Metoda Fouriera separacji zmiennych.</p>
Metody numeryczne	<p>17. <u>Zagadnienie interpolacji</u>: interpolacja funkcjami sklejanymi, interpolacja funkcjami wymiernymi.</p> <p>18. <u>Całkowanie numeryczne</u>: kwadratury złożone Newtona-Cotesa, kwadratury Gaussa.</p> <p>19. <u>Aproksymacja funkcji</u>: aproksymacja średniokwadratowa punktowa, aproksymacja średniokwadratowa całkowita, aproksymacja funkcjami trygonometrycznymi.</p> <p>20. Metody rozwiązywania układów równań nieliniowych.</p>
W zakresie topologii	
	<p>21. Własności topologiczne przestrzeni euklidesowych, przestrzeni Hilberta, zbioru Cantora itp.</p> <p>22. Przestrzenie rzutowe jako uzwarzenia przestrzeni euklidesowych.</p> <p>23. Przestrzenie zupełne: twierdzenie Baire'a, metoda kategorii, uzupełnianie przestrzeni metrycznych.</p>
W zakresie teorii miary i całki	
	<p>24. <u>Przestrzeń z miarą</u>: σ-algebra, miara, przykłady (miara Lebesgue'a, miara licząca, miara probabilistyczna).</p> <p>25. <u>Istnienie i jednoznaczność miary</u>: twierdzenie Carathéodory'ego o przedłużeniu miary (miara zewnętrzna, zbiory mierzalne), jednoznaczność takiego przedłużenia dla miar σ-skończonych.</p> <p>26. <u>Całka Lebesgue'a</u>: definicja dla funkcji prostych, nieujemnych mierzalnych i dowolnych mierzalnych, własności (w tym twierdzenia o przejściu z granicą pod całkę) i przykłady (dla miary Lebesgue'a, miary liczącej i miary probabilistycznej).</p> <p>27. <u>Twierdzenie Radona-Nikodyma</u>: miary absolutnie ciągłe, pochodna Radona-Nikodyma, przykłady.</p> <p>28. <u>Miary produktowe i całki iterowane</u>: definicja miary produktowej, twierdzenie Fubini'ego i twierdzenie Tonellego.</p>
W zakresie teorii procesów stochastycznych i rachunku prawdopodobieństwa	

	<p>29. Pojęcie procesu stochastycznego i własności procesów. 30. Twierdzenie Kołmogorowa o istnieniu procesu. 31. Filtracja i momenty stopu. 32. Martyngały i półmartyngały (własności, twierdzenia o zbieżności i rozkładzie). 33. Proces Wienera (konstrukcja i własności). 34. Całka stochastyczna Itô i jej własności. 35. Łącuchy Markowa.</p>
W zakresie geometrii różniczkowej	
	<p>36. Teoria Freneta krzywych w E^n. 37. Rozmaitości zanurzone w R^n. 38. Powierzchnie w R^3, pierwsza i druga forma krzywizny, geodezyjne. 39. Pojęcie rozmaitości. 40. Pola wektorowe.</p>
W zakresie logiki matematycznej	
	<p>41. Pojęcie dowodu formalnego w sensie Hilberta. Operacja dowodliwości, jej zwrotność, idempotentność i przechodniość. 42. Rozstrzygalność klasycznej logiki zdań i nierozstrzygalność klasycznej logiki kwantyfikatorów. 43. niesprzeczność teorii formalnej. Uzasadnienie wymagania niesprzeczności teorii. 44. Pojęcie prawdy w logice zdań i w logice kwantyfikatorów: interpretacja, model, pojęcie spełniania. Twierdzenie o pełności dla tych logik.</p>
W zakresie mechaniki i metod fizyki matematycznej	
	<p>45. Zasada najmniejszego działania – równania Lagrange’a. 46. Zagadnienie dwu ciał – prawa Keplera. 47. Nawias Poissona – formalizm hamiltonowski. 48. Równania Maxwella i ich własności. 49. Zasada nieoznaczoności Heisenberga. 50. Równanie Schrödingera. Budowa atomu wodoru.</p>